Utilizzo del calcolo vettoriale (simbolico)

Si suppone di avere:

- Un circuito elettrico lineare
- Tutti i generatori presenti imprimono grandezze cosinusoidali, cioè:

  Una tensione $v(t) = V_M \cos(\omega_0 t + \varphi_v)$

  Una corrente $i(t) = I_M \cos(\omega_0 t + \varphi_I)$

  Con: V_M [I_M] valor massimo (costante per ogni generatore)
  φ_V [φ_I] fase iniziale (i.e. fase per t = 0)

Date queste premesse, in ogni ramo del circuito si avranno tensioni e correnti cosinusoidali isofrequenziali (i.e. con lo stesso valore di ω_0), cioè del tipo:

$$x(t) = X_M \cos(\omega_0 t + \varphi_X)$$

per cui basta conoscere i valori di X_M e φ_V per conoscere la grandezza istante per istante.

Si noti che, poichè $X_M \geq 0$ e $-\pi < \varphi_V \leq \pi$, i due numeri individuano un segmento orientato (partente dall'origine) in un piano e, biunivocamente un segmento orientato individua una funzione cosinusoidale CONGIUNTAMENTE all'informazione della ω_0 .

Con queste osservazioni si può pensare di costruire una corrispondenza biunivoca tra:

funzioni cosinusoidali ed operazioni lineari su tali funzioni	$\Leftrightarrow$	Vettori nel piano ed operazioni lineari su di essi

Per realizzare le corrispondenze biunivoche anche sulle operazioni lineari sulle funzioni cosinusoidali, c'è bisogno di usare un piano complesso cioè un piano individuato dagli assi ***Re*** e ***Im*** (sempre congiuntamente all'informazione di ω_0) .
In tale piano, un vettore orientato rappresentante un segnale di tensione è dato dal seguente formalismo:

$$v(t) = V_M \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \Leftrightarrow \quad \overline{V} = V_M e^{j\varphi}$$

si riporta la formula di Eulero:

$$e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j sin(\varphi)$$

il passaggio da coordinate polari a coordinate rettangolari:

$$x = V_M \cos(\varphi)$$
$$y = V_M sin(\varphi)$$

il passaggio da coordinate rettangolari a coordinate polari:

$$V_M = \sqrt{|x|^2 + |y|^2}$$
$$\varphi = \mathrm{arctg}(y/x)$$

Per gli operatori lineari derivata ed integrale, supponendo la grandezza sinusoidale nulla per $t \leq 0$:

$$\frac{d}{dt} v(t) \quad \Leftrightarrow \quad j\omega_0 \overline{V}$$

$$\int_0^t v(t) dt \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\overline{V}}{j\omega_0}$$