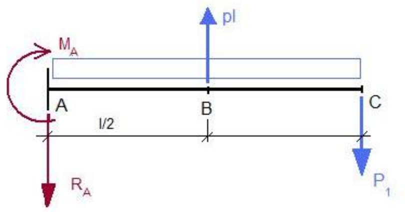
1. Esercizio Guida

Su di un'ala bassa incastrata, a pianta rettangolare, di apertura b=10m, è distribuito un carico pari a 20kN. Sapendo che all'estremità alari è applicato un carico concentrato P_1=2kN, calcolare le reazioni vincolari e determinare la legge di variazione del taglio e del momento flettente. Tracciare infine i relativi diagrammi lungo una della due semiali.



a) Calcolo della reazioni vincolari :

dall'equilibrio verticale: $\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow -R_A + P - P_1 = 0 \quad \Rightarrow R_A = P - P_1 = 10 - 2 = 8kN \; (\downarrow)$

dall'equilibrio dei momenti: $\sum M = 0 \quad \Rightarrow -M_A + P\frac{l}{2} - P_1 l = 0 \Rightarrow M_A = P\frac{l}{2} - P_1 l = 15kNm$ (↲)

b) Calcolo dello sforzo di taglio T

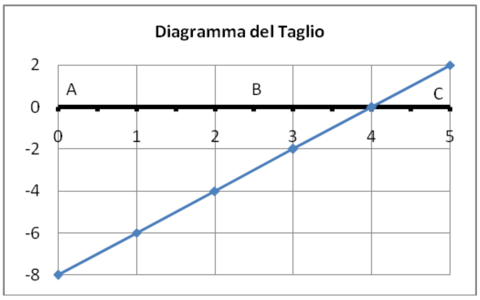
Nel caso del carico concentrato, T è costante lungo tutta la semiala è si ha: $T''(x) = P_1 = 2kN$

Nel caso del carico distribuito risulta invece: $T'(x) = -p \cdot (l - x)$ con 0≤x≤5 e p=P/l =2kN/m

Complessivamente sarà: $T(x) = T'(x) + T''(x) = P_1 - p \cdot (l - x)$ con 0≤x≤5 e p=P/l =2kN/m

Pertanto nella sezione di incastro A (x=0), in quella di mezzeria B (x=2,5) e nell'estremità libera C (x=5) si ottiene:

$$T_A = T_{(x=o)} = P_1 - p \cdot l = 2 - (2 \cdot 5) = -8kN$$
$$T_B = T_{(x=2,5)} = P_1 - p \cdot (l - 2{,}5) = 2 - 2(5 - 2{,}5) = -3kN$$
$$T_C = T_{(x=5)} = P_1 - p \cdot (l - 5) = 2 - 2 \cdot 0 = 2kN$$



Poiché la legge di variazione del taglio è lineare questi tre punti sono già sufficienti per tracciare il relativo diagramma. Da notare che il taglio si annulla nella sezione x=4m.

c) Calcolo del momento flettente M_f

Nel caso del carico concentrato, M varia linearmente con legge $M''(x) = -P_1 \cdot (l - x)$ con 0≤x≤5

Nel caso del carico distribuito risulta invece $M'(x) = \frac{p \cdot (l - x)^2}{2}$ con 0≤x≤5 e p=P/l =2kN/m

Complessivamente $M(x) = M'(x) + M''(x) = \frac{p \cdot (l - x)^2}{2} - P_1(l - x)$ con 0≤x≤5 e p=P/l =2kN/m

Pertanto nella sezione di incastro A (x=0), in quella di mezzeria B (x=2,5) e nell'estremità libera C (x=5) si ottiene:

$$M_A = M_{(x=0)} = \frac{p \cdot l^2}{2} - P_1 l = 15\,kNm$$

$$M_B = M_{(x=2,5)} = \frac{p \cdot (l-2,5)^2}{2} - P_1(l-2,5) = 1,25\,kNm$$

$$M_C = M_{(x=5)} = \frac{p \cdot (l-5)^2}{2} - P_1(l-5) = 0$$

A differenza del taglio, poiché la legge di variazione del momento è parabolica, per tracciare la curva, con una buona approssimazione, occorre individuare altri punti lungo l'apertura. Ad esempio possiamo dividere la semiala in 10 parti uguali (ciascuna lunga 0,5 m) e calcolare il momento in ognuno di questi punti. Si otterranno i seguenti risultati:

x	M_f
0	15,00
0,5	11,25
1	8,00
1,5	5,25
2	3,00
2,5	1,25
3	0,00
3,5	-0,75
4	-1,00
4,5	-0,75
5	0,00