## Esercizio

---

**Determinare lo spazio di rullaggio, di manovra e di involo (all'assetto di minima resistenza) di un velivolo avente le seguenti caratteristiche:**
**- massa = 13.500 kg;**
**- superficie alare = 54 $m^2$;**
**- spinta del turbogetto = 44.145 N;**
**- allungamento alare = 7,3;**
**- coefficiente di resistenza di forma: $C_{R0}$ = 0,034;**
**- coefficiente di portanza massimo: $C_{Pmax}$ = 1,7;**
**- coefficiente di attrito: $\mu$ = 0,04.**

Soluzione: $X_R$ = 610 m ; $X_M$ =116 m;……..

---

Cominciamo con il suddividere tutto il percorso del decollo in tre fasi:

Rullaggio: fase in cui il velivolo accelera sulla pista con $V_R$= 1,2 $V_{st}$ e con un assetto corrispondente all'assetto di minima resistenza ($C_P$= $C_{P\,ott}$ )

Manovra: fase in cui il velivolo si stacca dalla pista con assetto corrispondente a $C_{Pmax}$

Involo: fase in cui su traiettoria rettilinea in salita il velivolo raggiunge la quota di 15 m

### a) Fase di Rullaggio su di una pista in cemento ($\mu$= 0,04) all'assetto di $C_{Pott}$

$$C_{P\,ott} = \frac{1}{2}\cdot e\cdot\lambda\cdot\pi\cdot\mu = \frac{1}{2}\cdot 0{,}9\cdot 7{,}3\cdot\pi\cdot 0{,}04 = 0{,}412$$

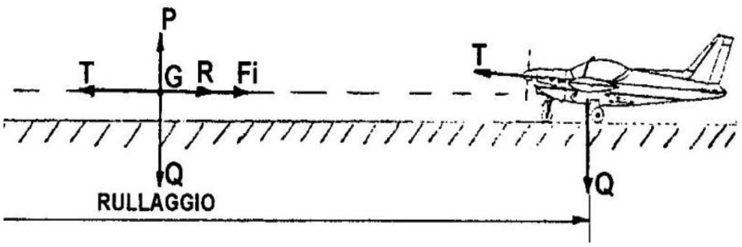
$$C_{R\,ott} = C_{RO} + \frac{C^2_{Pott}}{\pi\lambda e} = 0{,}034 + \frac{0{,}412^2}{20{,}63} = 0{,}042$$

$$V_R = 1{,}2\cdot V_{st} = 1{,}2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot Q}{\rho\cdot S\cdot C_{P\max}}} = 1{,}2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 13500\cdot 9{,}81}{1{,}225\cdot 54\cdot 1{,}7}} = 1{,}2\cdot 48{,}53 = 58{,}24\ m/s$$

dalle equazioni di equilibrio risulta

$$a = \frac{T - R - R_{att}}{Q}\cdot g \qquad \text{dove}$$

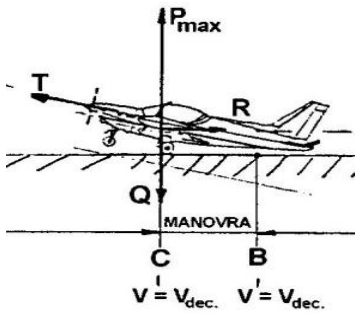
$$\begin{cases} R_{att} = \mu\cdot(Q-P) \\ P = \frac{1}{2}\rho V^2\cdot S\cdot C_{Pott} \\ R = \frac{1}{2}\rho V^2\cdot S\cdot C_{Rott} \end{cases}$$




Poiché durante il rullaggio la velocità cambia continuamente, in particolare aumenta progressivamente dal valore 0 al valore $V_R$= 58,24 m/s, lo stesso accadrà per la portanza , la resistenza di attrito e quella totale R, e di conseguenza varierà anche l'accelerazione necessaria per il calcolo dello spazio e del tempo necessario per la manovra. Per questo motivo dividiamo lo spazio di rullaggio in una serie di piccoli intervalli nei quali supporremo costante la velocità e calceremo la corsa e il tempo di rullaggio come la somma degli spazi e dei tempi di ciascun periodo.

| V [m/s] | Vm | ΔV | P [N] | R [N] | $R_{att}$ [N] | a [m/s²] | $a_m$ | ΔXr [m] $\Delta Xr = \frac{V_m}{a_m} \Delta V$ | Δtr [s] $\Delta tr = \frac{\Delta Xr}{V_m}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | 0,00 | 0,00 | 5297,40 | 2,878 | | | |
| | 5 | 10 | | | | | 2,874 | 17,39 | 3,48 |
| 10 | | | 1362,69 | 138,92 | 5242,89 | 2,871 | | | |
| | 15 | 10 | | | | | 2,862 | 52,41 | 3,49 |
| 20 | | | 5450,76 | 555,66 | 5079,37 | 2,853 | | | |
| | 25 | 10 | | | | | 2,837 | 88,12 | 3,52 |
| 30 | | | 12264,21 | 1250,24 | 4806,83 | 2,821 | | | |
| | 35 | 10 | | | | | 2,799 | 125,02 | 3,57 |
| 40 | | | 21803,04 | 2222,64 | 4425,28 | 2,778 | | | |
| | 45 | 10 | | | | | 2,749 | 163,67 | 3,64 |
| 50 | | | 34067,25 | 3472,88 | 3934,71 | 2,721 | | | |
| | 54,12 | 8,24 | | | | | 2,693 | 165,57 | 3,06 |
| 58,24 | | | 46221,05 | 4711,85 | 3448,56 | 2,666 | | | |
| | | | | | | | | 612,19 | 20,77 |

## b) Fase di Manovra all'assetto di $C_{P max}$




Per un velivolo di medie dimensioni come il nostro si suppone un tempo di manovra di 2 secondi nel quale il moto si suppone rettilineo uniforme. Pertanto lo spazio di manovra è dato da:

$$X_m = V_R \cdot t_m = 58{,}24 \cdot 2 = 116{,}48 \text{ m}$$

## c) Fase di Involo

Lo spazio di involo si ottiene da: $X_i = V_R \cdot t_i$

Pertanto occorre calcolare prima il tempo di involo rammentando che rispetto all'asse z il velivolo si muove di , moto uniformemente accelerato fino al raggiungimento della quota di 15 m

$$h = \frac{1}{2} \cdot 0{,}9 \cdot a \cdot t_i^2 \quad \Rightarrow \quad t_i = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{0{,}9 \cdot a}}$$

nella quale "a" rappresenta l'accelerazione al momento del distacco che si calcola con la formula: $a = \frac{(P max - Q)}{Q} \cdot g$

Si ottiene in definitiva:

$$P_{max} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V_R^2 \cdot C_{P max} = 190.718 \text{ N}$$

$$a = \frac{(P max - Q)}{Q} \cdot g = \frac{(190.718 - 132.435)}{132.435} \cdot 9{,}81 = 4{,}317 \text{ m/s}^2$$

$$t_i = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{0{,}9 \cdot a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{0{,}9 \cdot 4{,}317}} = 2{,}78 \text{ s}$$

$$X_i = V_R \cdot t_i = 58{,}24 \cdot 2{,}78 = 161{,}82 \text{ m}$$

# Tema di Esame di Aerotecnica - Maturità a.s. 1978-1979

---

**Un velivolo avente massa al decollo di 34.000 kg ed una superficie alare di 225 $m^2$ è equipaggiato con due turbogetti che sviluppano al livello del mare la spinta complessiva di 5.600 kp. Le caratteristiche aerodinamiche del velivolo sono rappresentate dall'espressione:**

$$C_R = 0{,}022 + 0{,}05\, C_P^2$$

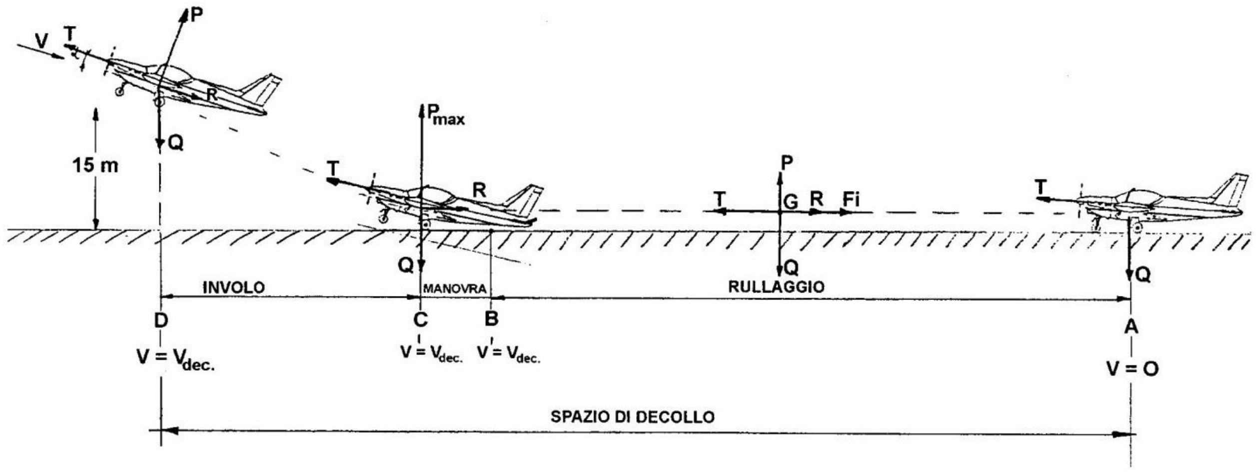
**con un $C_P$ di stallo pari ad 1,6**

**Supponendo che il velivolo decolli da una pista di cemento ($\mu$ = 0,04) situata a quota zero con un assetto corrispondente alla velocità di distacco, determinare:**

- **la lunghezza ed il tempo di rullaggio in assenza di vento;**
- **la lunghezza di rullaggio con un vento contrario di 15 m/s;**
- **la lunghezza di involo in assenza di vento, nell'ipotesi che l'aereo si ponga immediatamente su una traiettoria di salita rettilinea con velocità uguale a quella di distacco e con lo stesso assetto, mantenendo anche invariata la spinta.**

Soluzione: $X_R$ = 1054 m ; $X_{R\ vento}$ = 509 m; $X_i$ =126 m

---




## a) Fase di Rullaggio su di una pista in cemento ($\mu$= 0,04) all'assetto corrispondente alla velocità di distacco in assenza di vento

$$V_R = 1{,}2 \cdot V_{st} = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\rho \cdot S \cdot C_{P\,max}}} = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 34000 \cdot 9{,}81}{1{,}225 \cdot 225 \cdot 1{,}6}} = 1{,}2 \cdot 38{,}89 = 46{,}67\ m/s$$

Anche se il rullaggio avviene quasi sempre all'assetto di minima resistenza che corrisponde al $C_{P\ ott}$ ricavabile dalla polare $\Rightarrow C_{P\ ott} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \lambda \cdot \pi \cdot \mu = 0{,}40$ $\quad \left[ \pi\lambda\, e = \frac{1}{0{,}05} = 20 \right]$

Il testo ci chiede di calcolare lo spazio di rullaggio ad un assetto corrispondente alla velocità di distacco $V_R$ e pertanto si ha:

$$C_{Pd} = \frac{2 \cdot Q}{\rho \cdot S \cdot v_R^2} = \frac{2 \cdot 34000 \cdot 9{,}81}{1{,}225 \cdot 225 \cdot 46{,}67^2} = 1{,}111$$

$$C_{Rd} = C_{R0} + \frac{C^2_{Pd}}{\pi\lambda\, e} = 0{,}022 + \frac{1{,}111^2}{20} = 0{,}0837$$

Come nel caso dell'esercizio precedente, calcoliamo lo spazio di rullaggio attraverso una tabella nel quale lo si è suddiviso in piccoli intervalli in ciascuno dei quali la V può considerasi costante. In realtà durante il rullaggio la velocità aumenta progressivamente dal valore 0 al valore $V_R$= 46,67 m/s e lo stesso dicasi per l'accelerazione . **Essendo il velivolo un bimotore, nel calcolo che faremo si suppone di disporre in decollo della spinta complessiva pari a 5.600 Kp**

| V [m/s] | Vm | ΔV | P [N] | R [N] | $R_{att}$ [N] | a [m/s²] | $a_m$ | ΔXr [m] | Δtr [s] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | 0,00 | 0,00 | 13341,60 | 1,223 | | | |
| | 5 | 10 | | | | | 1,215 | 41,14 | 8,23 |
| 10 | | | 15310,97 | 1153,49 | 12729,16 | 1,207 | | | |
| | 15 | 10 | | | | | 1,184 | 126,73 | 8,45 |
| 20 | | | 61243,88 | 4613,96 | 10891,85 | 1,160 | | | |
| | 25 | 10 | | | | | 1,120 | 223,23 | 8,93 |
| 30 | | | 137798,72 | 10381,42 | 7829,65 | 1,080 | | | |
| | 35 | 10 | | | | | 1,024 | 341,65 | 9,76 |
| 40 | | | 244975,50 | 18455,85 | 3542,58 | 0,969 | | | |
| | 43,335 | 6,67 | | | | | 0,923 | 313,24 | 7,23 |
| 46,67 | | | 333486,51 | 25124,05 | 2,14 | 0,877 | | | |
| | | | | | | | | 1045,99 | 42,60 |

Si ottiene quindi per il rullaggio **in assenza di vento** $\begin{cases} Xr = 1046 \text{ m} \\ tr = 42{,}60 \text{ s} \end{cases}$

**Se invece si suppone che in decollo vada in avaria uno dei due motori,** la spinta da considerare al decollo sarà $T = \dfrac{5600 \text{ kp}}{2} = \dfrac{5600 \cdot 9{,}81}{2} = 27.468 \text{N}$

e ripetendo i conti della tabella con il solo valore di T diverso si ottiene $\begin{cases} Xr = 5455{,}5 \text{ m} \\ tr = 187{,}44 \text{ s} = 3'07'' \end{cases}$

## b) Fase di Rullaggio su di una pista in cemento (μ= 0,04) all'assetto corrispondente alla velocità di distacco in presenza di vento contrario pari di 15 m/s

La presenza del vento contrario, ci costringe a distinguere la velocità aerodinamica (rispetto alla quale va calcolata la portanza e la resistenza aerodinamica nella tabella, dalla velocità rispetto al suolo (velocità aerodinamica – velocità del vento), rispetto al quale vano calcolati gli spazi percorsi. Pertanto nella tabella occorrerà aggiungere una colonna relativa alla $v_{suolo}$ e si dovrà cominciare dal valore nullo della $v_{suolo}$, che si ha un corrispondenza di V aerodinamica di 15 m/s, terminare ad una: $V_{R\,suolo} = V_{R\,aerodinamica} - V_{vento} = 46{,}67 - 15 = 31{,}67 \text{ m/s}$

| V [m/s] | V [m/s] suolo | Vm | ΔV | P [N] | R [N] | $R_{att}$ [N] | a [m/s²] | $a_m$ | ΔXr [m] | Δtr [s] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 0,0 | | | 34449,68 | 2595,35 | 11963,61 | 1,188 | | | |
| | | 5 | 10 | | | | | 1,156 | 43,26 | 8,65 |
| 25 | 10,0 | | | 95693,55 | 7209,32 | 9513,86 | 1,124 | | | |
| | | 15 | 10 | | | | | 1,076 | 139,38 | 9,29 |
| 35 | 20,0 | | | 187559,37 | 14130,26 | 5839,23 | 1,028 | | | |
| | | 25,85 | 11,7 | | | | | 0,952 | 317,57 | 12,29 |
| 46,7 | 31,7 | | | 333915,39 | 25156,36 | -15,02 | 0,876 | | | |

| | |
|---|---|
| 500,22 | 30,23 |

Si ottiene quindi per il rullaggio **in presenza di vento contrario** $\begin{cases} Xr = 500{,}22 \text{ m} \\ tr = 30{,}23 \text{ s} \end{cases}$

## c) Fase di involo in assenza di vento con V=$V_R$ e Cp=$C_{Pd}$

Lo spazio di involo si ottiene da: $X_i = V_R \cdot t_i$

Pertanto occorre calcolare prima il tempo di involo rammentando che rispetto all'asse z il velivolo si muove di moto uniformemente accelerato fino al raggiungimento della quota di 15 m

$$h = \frac{1}{2} \cdot 0{,}9 \cdot a \cdot t_i^2 \quad \Rightarrow \quad t_i = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{0{,}9 \cdot a}}$$

nella quale "a" rappresenta l'accelerazione al momento del distacco che si calcola con la formula:

$$a = \frac{(P\max - Q)}{Q} \cdot g$$

Poiché, secondo il testo, dobbiamo riferirci sempre all'assetto di distacco si ottiene:

$$P_d = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V_R^2 \cdot C_{Pd} = 333.200{,}7\,\text{N} \qquad \text{che risulta minore di } Q = 333.540\,\text{N}$$

Questo significa che impensabile ipotizzare questo assetto per l'involo, come dice il testo , poiché essendo P<Q, non sarebbe possibile in volo in salita e quindi l'involo. Pertanto la portanza da considerare in questa fase è quella max relativa al $Cp_{max}$

$$P_{max} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V_R^2 \cdot C_{P\max} = 480.268{,}6\,\text{N}$$

$$a = \frac{(P\max - Q)}{Q} \cdot g = \frac{(480268{,}6 \ - 333.540)}{333.540} \cdot 9{,}81 = 4{,}315 \text{ m/s}^2$$

$$t_i = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{0{,}9 \cdot a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{0{,}9 \cdot 4{,}315}} = 2{,}78 \text{ s}$$

$$X_i = V_R \cdot t_i = 46{,}67 \cdot 2{,}78 = 129{,}70\,\text{m}$$

**Tema di Esame di Aerotecnica - Maturità a.s. 2004-2005**

---

**Un trireattore da trasporto V.I.P., al termine del suo volo di crociera alla quota di 11.000 m e con Mach pari a 0,77, effettua una discesa con velocità anemometria invariata fino alla quota di 500 m ove, ponendosi nel circuito di sottovento, dimezza la propria velocità al fine di eseguire una virata, con fattore di carico n = 1,3 e successiva discesa per un normale atterraggio.**

**Assumendo le seguenti caratteristiche del velivolo:**

- **carico alare Q/S = 3,061 kN/m²**
- **allungamento alare effettivo $\lambda e$ = 6,52**
- **coefficiente di resistenza minimo $C_{R0}$ = 0,018**
- **coefficiente di portanza massimo $C_{Pmax}$ = 1,00**
- **incremento di $C_{Pmax}$ con la massima deflessione degli ipersostentatori: $\Delta C_{Pmax}$ = 1,87**
- **incremento di $C_{R0}$ all'atterraggio: $\Delta C_{RO}$ = 0,036**

**Il Candidato determini:**

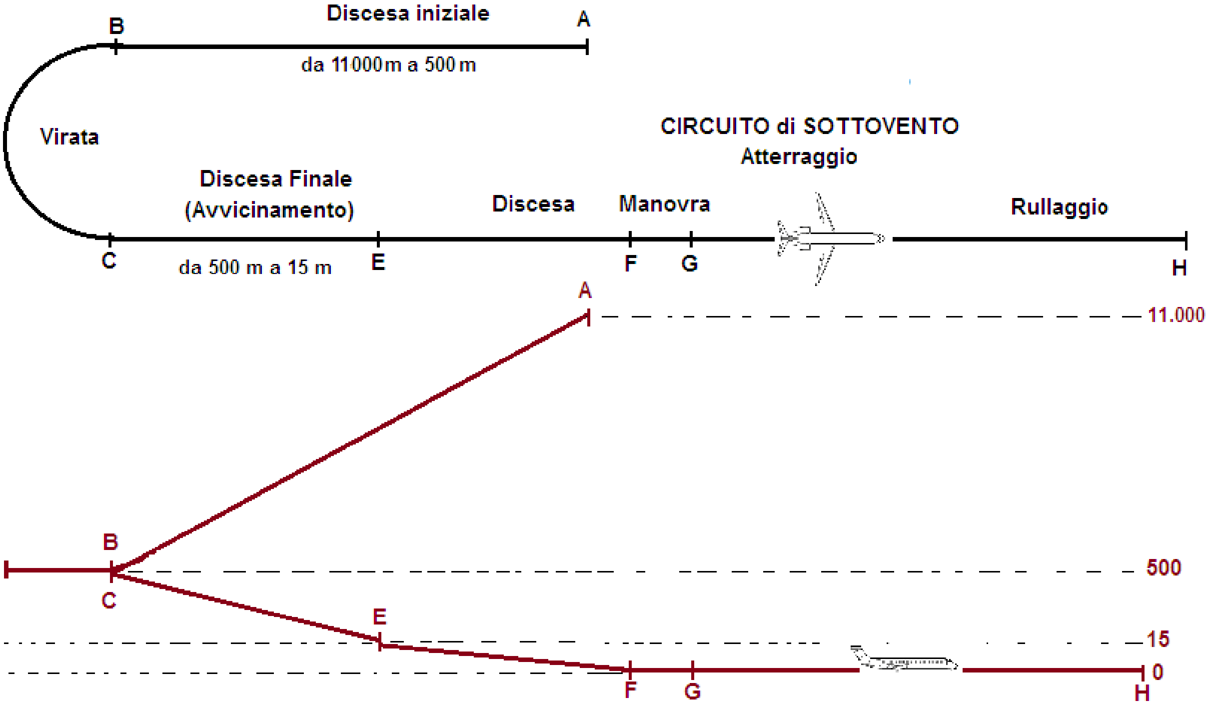
1. **il tempo ed il raggio di virata,**
2. **il tempo della discesa finale**
3. **il tempo e lo spazio di atterraggio**

Soluzione: $S_V$=5 km; $t_V$=44 s; $t_d$=83 s;......... .

---

Cominciamo con il suddividere tutto il percorso del decollo in quattro fasi:

| | | |
|---|---|---|
| Discesa iniziale (AB): | dalla quota di 11000 m a 500 m con velocità corrispondente a M=0, 77 | |
| Virata Corretta(BC) | alla quota di 500 m con $V_{BC}$=½ $V_{AB}$ e n= 1,3 | |
| Discesa finale(CE): | dalla quota di 500 m a 15 m (quota di inizio manovra di atterraggio) | |
| Atterraggio (EH): | che a sua volta sarà suddiviso in tre sottofasi : | |
| | - discesa (EF) | il velivolo decelera dalla $V_R$=1,3 $V_{SO}$ alla $V_{SO}$ |
| | - manovra(FG) | il velivolo passa dal $C_{Pmax}$ |
| | - rullaggio (GH) | il velivolo decelera dalla $V_{SO}$ a V=0 |



## d) Discesa iniziale [AB] dalla quota di 11.000 m fino a 500m

la velocità all'inzio della discesa (punto A) è data da

$$T_z = T_0 - 0{,}0065 \cdot z = 15 - 0{,}0065 \cdot 11.000 = -56{,}5° = 216{,}65 \ \mathrm{K}$$

$$V_A = 20{,}05 \cdot M \cdot \sqrt{T} = 20{,}05 \cdot 0{,}77 \cdot \sqrt{216{,}65} = 227{,}24 \ \mathrm{m/s}$$

la velocità alla fine della discesa (punto B), uguale a quella di virata è:

$$V_B = \frac{V_A}{2} = 113{,}62 \ \mathrm{m/s}$$

## e) Virata corretta di 180° con n=1,3 e velocità pari a 113,62 m/s [tratto BC]

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{1}{n}\right) = \arccos\left(\frac{1}{1{,}3}\right) = 39{,}7 = 39°\,43'$$

$$r_V = \frac{V_{BC}^2}{g \cdot \mathrm{tg}\,\vartheta} = \frac{113{,}62^2}{9{,}81 \cdot \mathrm{tg}\,60} = 1585 \ \mathrm{m}$$

$$\text{(spazio percorso in virata)} \rightarrow \widehat{BC} = \pi \cdot r_V \cong 4.977{,}12 \ \mathrm{m}$$

$$\text{(tempo della virata)} \rightarrow t_{BC} = \frac{\pi \cdot r_V}{V_{BC}} = 43{,}8 \ \mathrm{s}$$

## f) Discesa finale [CD] dalla quota di 500 m fino a 15m

$$\begin{cases} z_C = 500 \ \mathrm{m} \\ z_D = 15 \ \mathrm{m} \end{cases} \rightarrow \bar{z} = \frac{z_C + z_D}{2} \cong 258 \ \mathrm{m}$$

$$\rho_z = \rho_0 \left(1 - 0{,}0000226 \cdot 258\right)^{4{,}256} \cong 1{,}195 \ \mathrm{kg/m^3}$$

Poiché questa fase è quella immediatamente precedente all'inizio della manovra di atterraggio, la velocità in discesa dovrà passare dal valore di $V_V$=123 m/s (nel punto C) al valore della velocità di avvicinamento nel punto (D) dato da. $V_R$=1,3 $V_{SO}$ , dove la $V_{SO}$ di stallo con ipersostentatori azionati. Per calcolare spazio e tempo di discesa, occorre la velocità $V_{CD}$ nel tratto CD che, con buona approssimazione, si può ritenere costante e pari alla media tra le velocità nei punti estremi.

$$C_{P\,max,ip} = C_{P\,max} + \Delta C_{P\,max,ip} = 1 + 1{,}87 = 2{,}87$$

$$V_{SO} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q/S}{\rho \cdot C_{P\,max}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3061}{1{,}195 \cdot 2{,}87}} = 42{,}24 \ \mathrm{m/s}$$

$$V_R = 1{,}3 \cdot V_{SO} = 54{,}92 \ \mathrm{m/s}$$

$$V_{CD} = \frac{V_{BC} + V_R}{2} = \frac{113{,}62 + 54{,}92}{2} = 84{,}26 \ \mathrm{m/s}$$

$$\cos\beta = \frac{\frac{1}{2}\rho \cdot S \cdot C_{PCD} \cdot V_{CD}^2}{Q}.$$

Poichè non è dato l'assetto di discesa si ipotizza un'angolo di rampa $\beta = 4°$.

$$W_{CD} = V_{CD} \cdot \operatorname{sen}\beta = 5{,}87 \ m/s$$

$$(\text{spazio percorso in discesa}) \to CD = \frac{\Delta z}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{485}{\operatorname{sen} 4} = 6.952{,}8 \ m$$

$$(\text{tempo della discesa}) \to t_{CD} = \frac{\Delta z}{w_{CD}} = \frac{485}{5{,}87} \cong 83 \ s = 1'23''$$

## g) Fase di Atterraggio

**d.1) fase di discesa (EF):** durante la quale il velivolo decelera dalla velocità di avvicinamento $V_{Ref}$ alla velocità di stallo con ipersostentatori $V_{SO}$ e scende dalla quota di 15 m fino al contatto con la pista.

Per trovare l'assetto di discesa scriviamo la polare aerodinamica in condizioni di atterraggio:

$$C_R = (C_{R0} + \Delta C_{R0}) + \frac{C_P^2}{\pi\lambda e} = 0{,}054 + 0{,}0488 \cdot C_P^2$$

$$\text{l'assetto discesa è quindi} \quad \begin{cases} C_P = C_{P\max} + \Delta C_{P\max,ip} = 1 + 1{,}87 = 2{,}87 \\ C_R = 0{,}054 + \left(0{,}0488 \cdot 2{,}87^2\right) = 0{,}456 \end{cases}$$

$$X_{EF} = h \cdot E_{EF} = 15 \cdot \frac{2{,}87}{0{,}456} = 94{,}41 m$$

$$t_{EF} = \frac{X_{EF}}{V_m} = \frac{2 \cdot X_{EF}}{V_{Ref} + V_{SO}} = \frac{188{,}83}{54{,}92 + 42{,}24} = 1{,}94 \ s$$

**d.2) fase di manovra (FG):** durante questa fase il velivolo varia l'assetto portandolo dal assetto di discesa a quello di stallo per poi portarlo con le ruota a terra. Per un velivolo di grosse dimensioni come il nostro si suppone un tempo di manovra di 2 s e uno spazio dato da:

$$X_{FG} = V_{SO} \cdot t_{FG} = 42{,}24 \cdot 2 = 84{,}48 \ m$$

**d.3) fase di rullaggio (GH):** durante questa fase il velivolo decelera dalla $V_{SO}$ alla v=0 con un decelerazione media di 2 m/s$^2$ . Si ottiene pertanto:

$$t_{GH} = \frac{V_{SO}}{a} = \frac{42{,}24}{2} = 21{,}12 \ s$$

$$X_{GH} = \frac{V_{SO}^2}{2 \cdot a} = 446{,}05 \ m$$

in definitiva

$$(\text{spazio atterraggio}) \to X = X_{EF} + X_{FG} + X_{GH} = 94{,}41 + 84{,}48 + 446{,}05 = 624{,}94 \ m$$

$$(\text{tempo atterraggio}) \to t = t_{EF} + t_{FG} + t_{GH} = 1{,}94 + 2 + 21{,}12 \cong 25 s$$

# Tema di Esame di Aerotecnica - Maturità a.s. 2007-2008

---

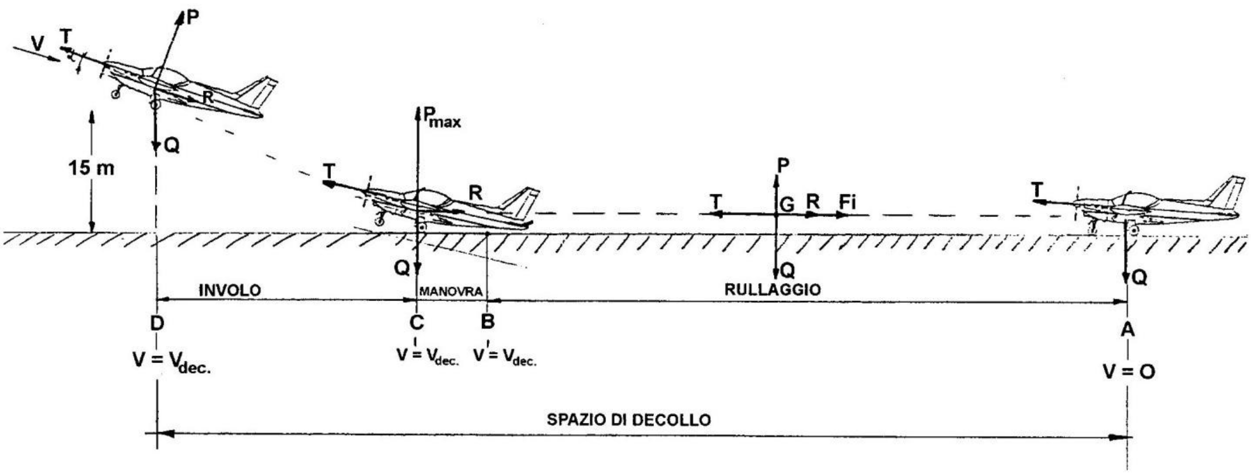
**Un aeroplano a getto del tipo "executive", avente peso al decollo pari a 202,5 kN e carico alare pari a 4,13 kN/m², nonché con le caratteristiche sotto indicate, opera da una pista situata alla quota di 500 m sul livello del mare caratterizzata da un coefficiente di attrito pari a 0,6 in frenata, mentre nella fase di rullaggio per il decollo, il coefficiente d'attrito è pari a 0,025.**
**Il candidato, attenendosi ai regolamenti dell'aviazione civile, determini gli spazi ed i tempi caratteristici del decollo e dell'atterraggio in assenza di vento, assumendo, per quest'ultima fase di volo, un peso del velivolo ridotto del 30%.**
**Caratteristiche del velivolo:**

- **spinta massima complessiva dei propulsori T = 60,00 kN**
- **coefficiente di resistenza minimo $C_{R0}$ = 0,017**
- **allungamento alare effettivo $\lambda e$ = 7,0**
- **incremento del coefficiente di resistenza minimo per il decollo $\Delta C_{R0,r.d}$ = 0,058**
- **incremento del coefficiente di resistenza minimo all'atterraggio $\Delta C_{R0,att}$ = 0,075**
- **coeff. di portanza massima con gli ipersostentatori estesi per il decollo $C_{P,max,ip}$ = 2,2**
- **coeff di portanza massima con gli ipersostentatori estesi per l'atterraggio $C_{P,max,att}$ = 2,6**
- **coefficiente di portanza al rullaggio d'atterraggio $C_{Patt}$ = 1,3**

Soluzione: $X_{decollo}$=1300 m; $t_{decollo}$=33 s $X_{atterraggio}$=1815 m; $t_{atterraggio}$=41,7 s.

---

## 1. DECOLLO da una pista posta a 500 s.l.m. con $\mu$=0,025




Calcoleremo lo spazio ed il tempo necessario al decollo come la somma e degli spazi e dei tempi necessarie per compiere ciascuna delle tre fasi in cui è suddiviso: Rullaggio – Manovra- Involo

$$\rho_{500} = \rho_0 \,(1 - 0{,}0000226 \cdot 500)^{4{,}256} \cong 1{,}167 \ \mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$$

**<u>Fase di Rullaggio in cui il velivolo accelera sulla pista con $V_R$= 1,2 $V_{st}$ all'assetto di $C_{Pott}$</u>**

la polare in configurazione di decollo è:

$$C_R = (C_{R0} + \Delta C_{R0,rd}) + \frac{C_P^2}{\pi \lambda e} = (0{,}017 + 0{,}058) + \frac{C_P^2}{3{,}14 \cdot 7} = 0{,}075 + 0{,}0455 \cdot C_P^2$$

per tan to :

$$C_{P\,ott} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \lambda \cdot \pi \cdot \mu = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \pi \cdot 0{,}025 = 0{,}275$$

$$C_{R\,ott} = 0{,}075 + 0{,}0455 \cdot C^2{}_{Pott} = 0{,}075 + (0{,}0455 \cdot 0{,}275^2) = 0{,}0784$$

$$V_R = 1{,}2 \cdot V_{st} = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q/S}{\rho \cdot C_{P\,max\,ip}}} = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 4130}{1{,}167 \cdot 2{,}2}} = 1{,}2 \cdot 56{,}72 \cong 68\ m/s$$

Poiché durante il rullaggio la velocità cambia continuamente, in particolare aumenta progressivamente dal valore 0 al valore $V_R$= 68 m/s, lo stesso accadrà per la portanza , la resistenza aerodinamica e di attrito, e di conseguenza varierà anche l'accelerazione necessaria per il calcolo dello spazio e del tempo necessario per la manovra. Per questo motivo dividiamo lo spazio di rullaggio in una serie di piccoli intervalli nei quali supporremo costante la velocità e calcoleremo la corsa e il tempo di rullaggio come la somma degli spazi e dei tempi di ciascun periodo.

| V [m/s] | Vm | ΔV | P [N] $\frac{1}{2}\rho V^2 \cdot S \cdot C_{Pott}$ | R [N] | $R_{att}$ [N] $\mu(Q-P)$ | a [m/s²] $\frac{T-R-R_{att}}{Q} \cdot g$ | $a_m$ | ΔXr [m] $\Delta Xr = \frac{V_m}{a_m}\Delta V$ | Δtr [s] $\Delta tr = \frac{\Delta Xr}{V_m}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | 0,00 | 0,00 | 5062,50 | 2,661 | | | |
| | 5 | 10 | | | | | 2,656 | 18,82 | 3,76 |
| 10 | | | 786,27 | 224,16 | 5042,84 | 2,652 | | | |
| | 15 | 10 | | | | | 2,637 | 56,89 | 3,79 |
| 20 | | | 3145,07 | 896,63 | 4983,87 | 2,622 | | | |
| | 25 | 10 | | | | | 2,597 | 96,26 | 3,85 |
| 30 | | | 7076,40 | 2017,42 | 4885,59 | 2,572 | | | |
| | 35 | 10 | | | | | 2,538 | 137,93 | 3,94 |
| 40 | | | 12580,26 | 3586,52 | 4747,99 | 2,503 | | | |
| | 45 | 10 | | | | | 2,458 | 183,05 | 4,07 |
| 50 | | | 19656,66 | 5603,93 | 4571,08 | 2,414 | | | |
| | 55 | 10 | | | | | 2,359 | 233,12 | 4,24 |
| 60 | | | 28305,59 | 8069,66 | 4354,86 | 2,305 | | | |
| | 64 | 8 | | | | | 2,254 | 227,15 | 3,55 |
| 68 | | | 36356,95 | 10365,04 | 4153,58 | 2,203 | | | |
| | | | | | | | | 953,23 | 27,20 |

Sui ottiene pertanto per la fase di rullaggio : $\begin{cases} X_{R,d} = 953{,}23\ m \\ t_{R,d} = 27{,}20\ s \end{cases}$

**Se invece si suppone che durante il decollo vada in avaria uno dei motori, (dai dati assegnati deve presumibilmente deve trattarsi almeno di un bimotore)** la spinta da considerare dovrà essere di 30.000 N e ripetendo i conti della tabella con il solo valore di T diverso si ottiene

$$\begin{cases} X_{R,d} = 2.404\ m \\ t_{R,d} = 65{,}71\ s \cong 1'\,06'' \end{cases}$$

## Fase di Manovra all'assetto di $C_{Pmax}$

Per un velivolo di medie dimensioni come il nostro si suppone un tempo di manovra di 2 secondi nel quale il moto si suppone rettilineo uniforme. Pertanto lo spazio di manovra è dato da:

$$X_{m,d} = V_R \cdot t_{m,d} = 68 \cdot 2 = 136 \text{ m}$$

## Fase di Involo

Lo spazio di involo si ottiene da: $X_{i,d} = V_R \cdot t_{i,d}$

Pertanto occorre calcolare prima il tempo di involo rammentando che rispetto all'asse z il velivolo si muove di , moto uniformemente accelerato fino al raggiungimento della quota di 15 m rispetto alla pista.

$$h = \frac{1}{2} \cdot 0{,}9 \cdot a \cdot t_i^2 \quad \Rightarrow \quad t_i = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{0{,}9 \cdot a}}$$

nella quale "a" rappresenta l'accelerazione al momento del distacco che si calcola con la formula: $a = \frac{(P\max - Q)}{Q} \cdot g$

Si ottiene in definitiva:

$$P_{max} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V_R^2 \cdot C_{P\max,ip} = 290.855{,}6 \text{ N}$$

$$a = \frac{(P\max - Q)}{Q} \cdot g = \frac{(290.855{,}6 - 202.500)}{202.500} \cdot 9{,}81 = 4{,}28 \text{ m/s}^2$$

$$t_i = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{0{,}9 \cdot a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{0{,}9 \cdot 4{,}28}} = 2{,}79 \text{ s}$$

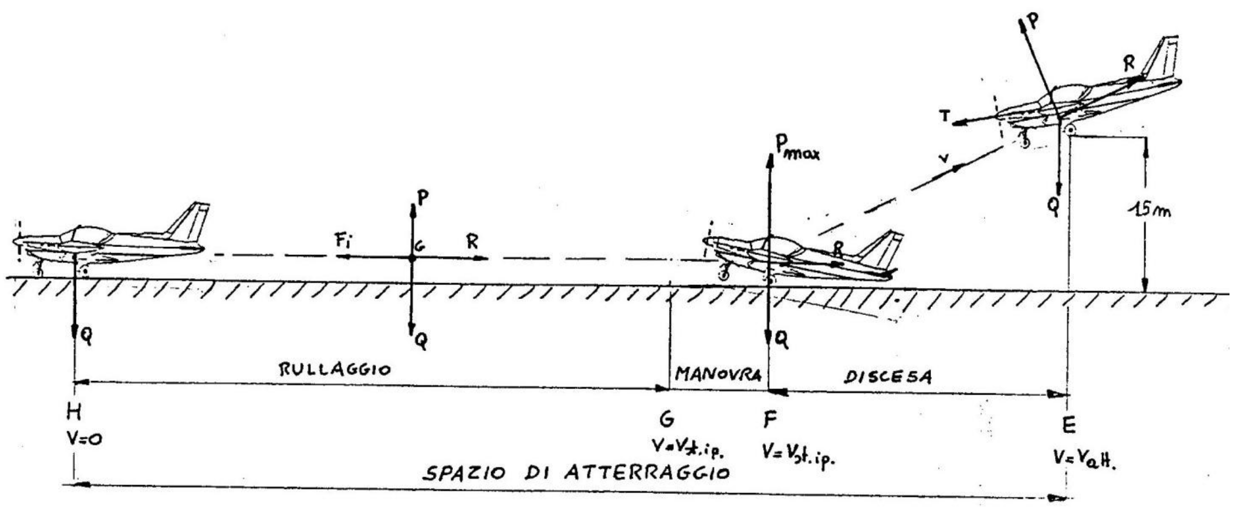
$$X_{,i,d} = V_R \cdot t_{,i,d} = 68 \cdot 2{,}79 = 189{,}76 \text{ m}$$

in definitiva

$$(\text{spazio decollo}) \rightarrow X = X_{R,d} + X_{m,d} + X_{i,d} = 953{,}23 + 136 + 189{,}76 = 1.279 \text{ m}$$

$$(\text{tempo decollo}) \rightarrow t = t_{R,d} + t_{m,d} + t_{i,d} = 27{,}20 + 2 + 2{,}79 = 32 \text{ s}$$

## 2. ATTERRAGGIO su di una pista posta a 500 s.l.m. con $\mu$=0,6




$$Q_{atterraggio} = 70\% \text{ di } Q_{decollo} = 0{,}7 \cdot 202.500 = 141.750 \text{ N}$$

**Fase di discesa dalla quota di 15 m**

durante questa fase il velivolo decelera dalla velocità di avvicinamento $V_{Ref}$ alla velocità di stallo con ipersostentatori azionati, $V_{SO}$ , scendendo dalla quota di 15 m fino al contatto con la pista. Supporremo una discesa con T=0.

Per trovare l'assetto di discesa scriviamo la polare aerodinamica in condizioni di atterraggio:

$$C_R = (C_{R0} + \Delta C_{R0,a}) + \frac{C_P^2}{\pi\lambda e} = (0{,}017 + 0{,}075) + 0{,}0455 \cdot C_P^2 = 0{,}092 + 0{,}0455 \cdot C_P^2$$

$$\text{l'assetto discesa è quindi} \quad \begin{cases} C_{P\,max,ip} = 2{,}6 \\ C_R = 0{,}054 + \left(0{,}0488 \cdot 2{,}6^2\right) = 0{,}400 \end{cases} \quad \rightarrow E = \frac{2{,}6}{0{,}400} = 6{,}5$$

$$\text{la velocità di stallo}: V_{SO} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\rho \cdot S \cdot C_{P\,max,ip}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 141.750}{1{,}167 \cdot 49 \cdot 2{,}6}} = 43{,}66\,m/s$$

$$\text{la velocità di avvicinamento}: V_{Ref} = 1{,}3 \cdot V_{SO} = 56{,}77\ m/s$$

e pertanto:

$$X_{d,att} = h \cdot E = 15 \cdot 6{,}5 = 97{,}5\,m$$

$$t_{d,att} = \frac{X_{d,att}}{V_m} = \frac{2 \cdot X_{d,att}}{V_{Ref} + V_{SO}} = \frac{195}{56{,}77 + 43{,}66} = 1{,}94\ s$$

**Fase di manovra**

durante questa fase il velivolo varia l'assetto portandolo dal assetto di discesa a quello di stallo per poi portarlo con le ruota a terra. Per un velivolo di grosse dimensioni come il nostro si suppone un tempo di manovra di 2 s e uno spazio dato da:

$$X_{m,att} = V_{SO} \cdot t_{m,att} = 43{,}66 \cdot 2 = 87{,}32\ m$$

**Fase di rullaggio**

durante questa fase il velivolo decelera dalla $V_{SO}$ a 0 con un decelerazione media di 2 $m/s^2$ . Si ottiene pertanto:

$$t_{R,att} = \frac{V_{SO}}{a} = \frac{43{,}66}{2} = 21{,}83\ s$$

$$X_{R,att} = \frac{V_{SO}^2}{2 \cdot a} = 476{,}55\ m$$

in definitiva

$$\text{(spazio atterraggio)} \rightarrow X = X_{d,att} + X_{m,att} + X_{R,att} = 97{,}5 + 87{,}32 + 476{,}55 = 661{,}37\ m$$

$$\text{(tempo atterraggio)} \rightarrow t = 1{,}94 + 2 + 21{,}83 \cong 26\,s$$