

Tema di Esame di Aerotecnica - Maturità a.s. 1982-1983

Un velivolo avente le seguenti caratteristiche: peso $Q=50.000$ N, superficie alare $S=20$ m², polare aerodinamica espressa mediante l'equazione: $C_R = 0,018 + 0,020 C_p^2$

parte da un punto A, posto a quota $z=0$, e, con una traiettoria in salita, inclinata di 18° sull'orizzontale con l'assetto di massima efficienza raggiunge la quota di 6000m.

A tale quota, senza variazioni di assetto, esegue una virata corretta di 180° , a fattore i carico $n=2$. Quindi prosegue alla stessa quota in volo orizzontale con velocità costante di 140 m/s per un tempo di 15 minuti; infine, si pone su di un traiettoria di discesa, con velocità di 60 m/s e $C_p=1,2$, raggiungendo un punto B situato a quota $z=1000$

Il candidato determini la lunghezza del tragitto tra i punti A e B e il tempo di percorrenza necessario.

Soluzione: $s = 155,88$ Km ; $\Delta t = 21' 50''$

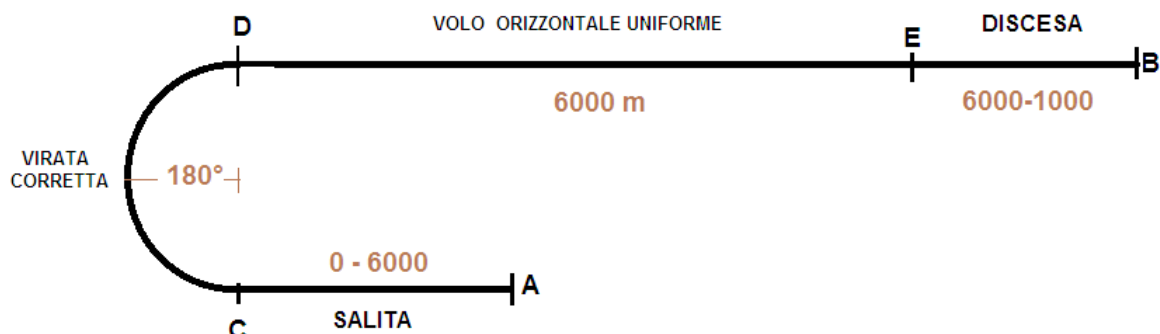
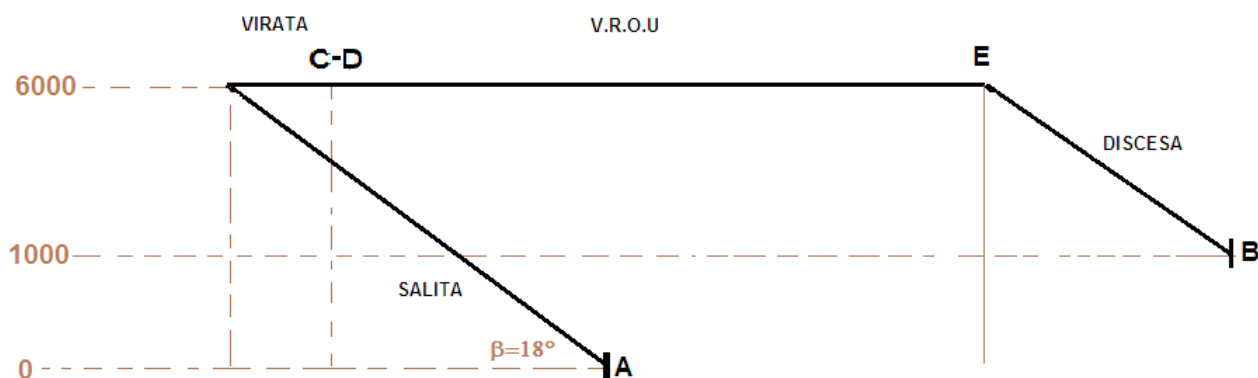
Cominciamo con il suddividere tutto il percorso AB in quattro fasi:

Tratto AC Salita alla quota di 6000 m con angolo di rampa di 18° ed assetto di E_{max}

Tratto CD Virata corretta di 180° con assetto costante e $n=2$

Tratto DE Volo rettilineo uniforme con $v=140$ m/s per $t=15$ min

Tratto EB Discesa alla quota di 1000 m con $V=60$ m/s e $C_p=1,2$ [tratto EB]



per ciascuna delle quali dovremo calcolare gli spazi con i relativi tempi di percorrenza.

$$S_{tot} = AC + CD + DE + EB$$

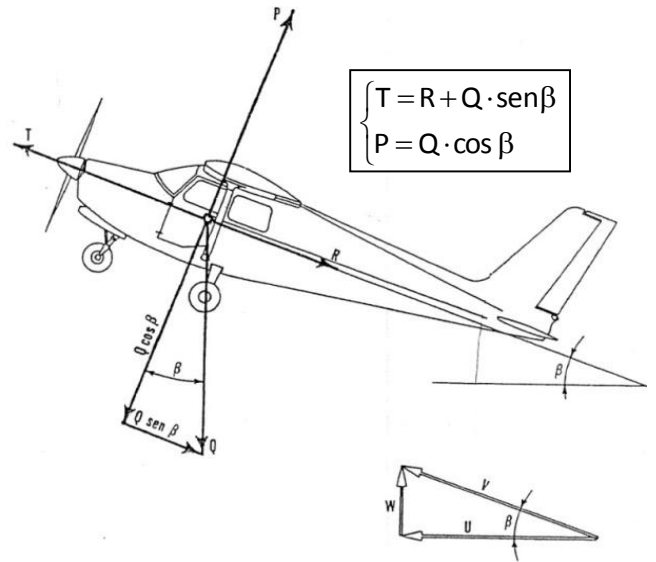
$$t_{tot} = t_{AC} + t_{CD} + t_{DE} + t_{EB}$$

a) **Salita alla quota di 6000 m con angolo di rampa di 18° ed assetto di E_{max} [tratto AC]**

$$\text{assetto di } E_{max} \rightarrow \begin{cases} C_{P_{E_{max}}} = \sqrt{\pi \cdot \lambda e \cdot C_{R_{O}}} \\ C_{R_{E_{max}}} = 2 \cdot C_{R_{O}} \end{cases}$$

$$\text{dalla polare : } \begin{cases} C_{R_{O}} = 0,018 \\ \frac{1}{\pi \cdot \lambda e} = 0,02 \rightarrow \pi \cdot \lambda e = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_{P_{E_{max}}} = \sqrt{\pi \cdot \lambda e \cdot C_{R_{O}}} = 0,949 \\ C_{R_{E_{max}}} = 2 \cdot C_{R_{O}} = 0,036 \end{cases} \Rightarrow E_{max} = 26,35$$



$$\rho_{\text{medio}} = \rho_o (1 - 0,0000226 \cdot 3000)^{4,256} \cong 0,909 \text{ kg/m}^3$$

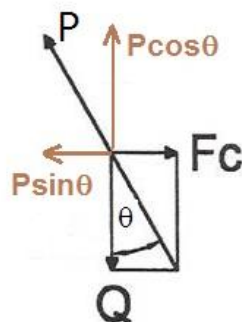
$$V_{AC} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q/S \cdot \cos \beta}{\rho_{\text{medio}} \cdot C_{P_{E_{max}}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (50000/20) \cdot \cos 18}{0,909 \cdot 0,949}} = 74,246 \text{ m/s}$$

$$w_{AC} = V_{AC} \cdot \sin \beta = 74,246 \cdot \sin 18 = 22,94 \text{ m/s}$$

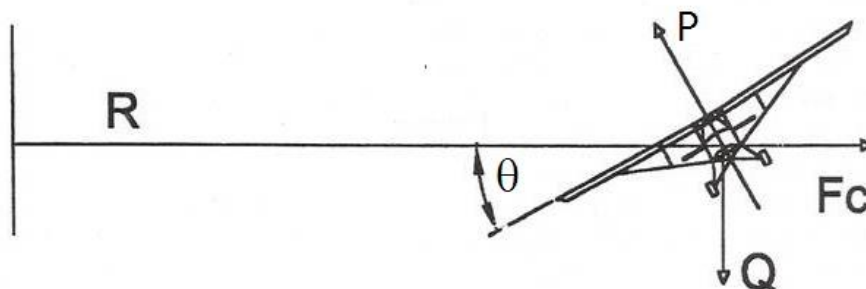
$$AC = \frac{\Delta z}{\sin \beta} = \frac{6000}{\sin 18} = 19,416 \text{ km}$$

$$t_{AC} = \frac{\Delta z}{w_{AC}} = \frac{6000}{22,94} = 262 \text{ s} = 4' 22''$$

b) **Virata corretta di 180° con $n=2$ ed assetto costante corrispondente ad E_{max} [tratto CD]**



$$\begin{cases} \frac{Q V^2}{g R} = P \sin \vartheta \\ Q = P \cos \vartheta \end{cases}$$



$$\rho_{6000} = \rho_0 (1 - 0,0000226 \cdot 6000)^{4,256} \cong 0,659 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{1}{n}\right) = 60^\circ$$

$$V_V = \sqrt{\frac{P_V}{\frac{1}{2}\rho_z C_{PV} S}} = \sqrt{\frac{Q}{\frac{1}{2}\rho_z C_{PV} S \cdot \cos \vartheta}} = \sqrt{\frac{50000}{0,5 \cdot 0,659 \cdot 0,945 \cdot 20 \cdot \cos 60}} = 126,72 \text{ m/s} = 456,18 \text{ km/h}$$

$$r_V = \frac{V_V^2}{g \cdot \text{tg} \vartheta} = \frac{126,72^2}{9,81 \cdot \text{tg} 60} = 945 \text{ m}$$

$$CD = \pi \cdot r_V = 2,967 \text{ km}$$

$$t_{CD} = \frac{\pi \cdot r_V}{V_V} = 23,42 \text{ s}$$

c) Volo rettilineo uniforme con $V=140 \text{ m/s}$ per $t=15 \text{ min}$ [tratto DE]

$$DE = v \cdot t = 140 \cdot (15 \cdot 60) = 126 \text{ km}$$

$$t_{DE} = 15' = 900 \text{ s}$$

d) Discesa dalla quota di 6000 m alla quota di 1000m con $V=60 \text{ m/s}$ e $C_p=1,2$ [tratto EB]

$$\rho_{3500} = \rho_0 (1 - 0,0000226 \cdot 3500)^{4,256} \cong 0,863 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

dall'equazione di equilibrio:

$$P = Q \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_p \cdot V^2}{Q}$$

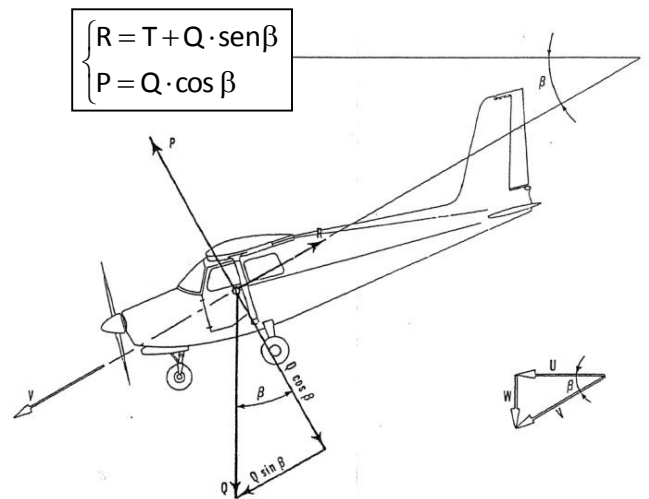
$$\cos \beta = \frac{0,5 \cdot 0,863 \cdot 20 \cdot 1,2 \cdot 60^2}{50000} = 0,7456$$

$$\beta = \arccos(0,7456) = 41,78 = 41^\circ 63'$$

$$W_{EB} = V_{EB} \cdot \sin \beta = 39,97 \text{ m/s}$$

$$EB = \frac{\Delta z}{\sin \beta} = \frac{5000}{\sin 41,78} = 7,504 \text{ km}$$

$$t_{EB} = \frac{\Delta z}{W_{EB}} = \frac{5000}{39,97} = 125 \text{ s} = 2' 05''$$



e) Spazio e tempo di percorrenza del tratto A-B

$$S_{AB} = AC + CD + DE + EB = 19,416 + 2,967 + 126 + 7,504 = 155,88 \text{ km}$$

$$t_{AB} = t_{AC} + t_{CD} + t_{DE} + t_{EB} = 262 + 23 + 900 + 125 = 1310 \text{ s} = 21' 50''$$